Solution 7 :

1°/ On a : $40425 = 5^2 \times 7^2 \times 33$

L'ensemble des entiers dont le carré est un diviseur de 40425 est

$\{1,5,7,35\}$

2°/ on a : $m = \alpha d \quad (\alpha \in \mathbb{N}^*)$

d'où $m^2 - 3d^2 = 40425 \Leftrightarrow (\alpha^2 - 3)d^2 = 40425$

$\Rightarrow d^2$ est un diviseur de 40425

$\Rightarrow d \in \{1,5,7,35\}$

si $d = 1 \Rightarrow m^2 = 40428$ ce qui est impossible car $m \notin \mathbb{N}^*$

si $d = 5 \Rightarrow m^2 = 40500 \Rightarrow m \notin \mathbb{N}^*$

si $d = 7 \Rightarrow m^2 = 40572 \Rightarrow m \notin \mathbb{N}^*$

si $d = 35 \Rightarrow m^2 = 44100 = 441 \times 100 = (210)^2$

d'où $m = 210$

on a : $\begin{cases} d = 35 \\ m = 210 \end{cases}$ or $\begin{cases} x = dx' \\ y = dy' \end{cases}$ $avec\ x' \wedge y' = 1$

de plus $md = xy \Rightarrow m = d\,x'y'$

$x'y' = \dfrac{210}{35} = 6$

$\begin{cases} x'y' = 6 \\ x' \wedge y' = 1 \end{cases} \Rightarrow (x', y') \in \{(1,6);(2,3);(3,2);(6,1)\}$

d'où $(x, y) \in \{(35,210) ; (70,105) ; (105,70) ; (210,35)\}$

Solution 8 :

1°/ On a : $5 \times 3 - 11 \times 1 = 4$

$5x - 11y = 4 \Leftrightarrow 5x - 11y = 5 \times 3 - 11 \times 1$